



University of Stuttgart
Department of Mathematics



Christian
Rohde

Haupt-/MSc Seminar Mathematics of Shock Waves

Summer term 2023

The mathematical foundation of fluid mechanics

Euler's equations for gas dynamics:
(1757)

Find density $\rho = \rho(t, x)$ and velocity
 $v = v(t, x)$ with

$$\rho_t + (\rho v)_x = 0$$

$$(\rho v)_t + (\rho v^2 + p(\rho))_x = 0$$



Leonhard Euler

The discovery of shock waves by Riemann and Mach

Bernhard Riemann 1860:

Euler's equations have shock wave solutions!

Ueber
die Fortpflanzung ebener Luftwellen von
endlicher Schwingungsweite.

Von
B. Riemann.

Der Königlichen Societät vorgelegt am 22. November 1859.

Obwohl die Differentialgleichungen, nach welchen sich die Bewegung der Gase bestimmt, längst aufgestellt worden sind, so ist doch ihre Integration nur für kleine Druckunterschiede bekannt...

... dass die Resultate dieser genaueren Rechnung in nicht allzu ferner Zeit vielleicht der experimentellen Forschung einige Anhaltspunkte gewähren.

The discovery of shock waves by Riemann and Mach

Bernhard Riemann 1860:

Euler's equations have shock wave solutions!

Ueber
die Fortpflanzung ebener Luftwellen von
endlicher Schwingungsweite.

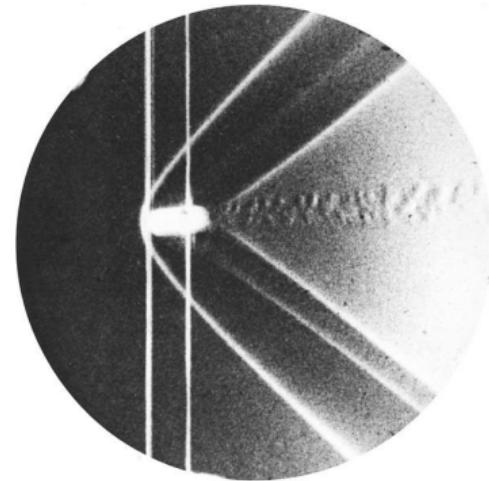
Von
B. Riemann.

Der Königlichen Societät vorgelegt am 22. November 1859.

Obwohl die Differentialgleichungen, nach welchen sich die Bewegung der Gase bestimmt, längst aufgestellt worden sind, so ist doch ihre Integration nur für kleine Druckunterschiede bekannt...

... dass die Resultate dieser genaueren Rechnung in nicht allzu ferner Zeit vielleicht der experimentellen Forschung einige Anhaltspunkte gewähren.

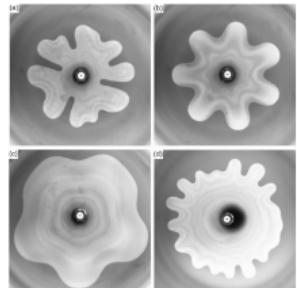
Ernst Mach 1888
confirms shock waves!



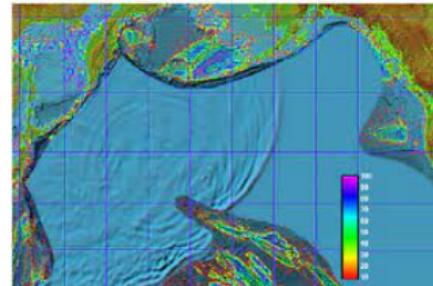
Shock waves are everywhere



Congested pedestrians



Thin film flow



Tsunami waves



Bow shock wave (Hubble telescope)

Possible lectures and applications

- Linear advection
- Acoustics
- Burgers' equation
- Traffic flow: vehicles and pedestrians
- Underground transport of fluids: Buckley-Leverett equations
- Shallow water equations
- Shallow water equations and tracers
- Gas dynamics

Topics of the seminar

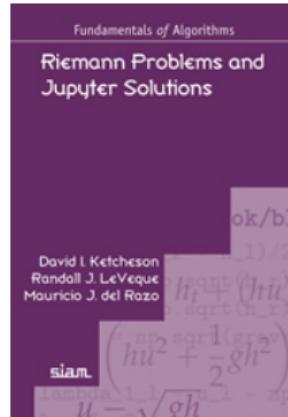
Prospective talks correspond to a section in either the (stone-old) book

R.J. LeVeque, Numerical methods for conservation laws. Birkhäuser 1992
and the (almost brand-new) book

R.J. LeVeque et al., Riemann problems and **Jupyter solutions**. SIAM 2020.

Motivation:

JupyterLab is an interactive development environment which allows to display classical slides (e.g. LaTex-based) and animated (python) code in one web-based workflow.



Organisation

Got interested ?

- Contact me now
- or by email to **christian.rohde@mathematik.uni-stuttgart.de**
- or come to my office 7.131.

What should you know?

- some basic knowledge about differential equations
- being interested in analysis or/and numerics

The seminar will take place as regular or block seminar in summer 2023
(depending on preferences).